

山 西 大 学

2005 届硕士研究生学位论文

电磁感应透明介质中的慢光操控

姓 名： 贾新娟

导 师： 张云波 教授

专 业： 理论物理

研究方向： 玻色-爱因斯坦凝聚

学院（中心、所）： 物理电子工程学院

学习年限： 2002 年 9 月—2005 年 6 月

二〇〇五年六月

Master Thesis of Shanxi University 2005

Manipulation of Slow Light in Electromagnetically Induced Transparency Medium

Student Name: Jia Xinjuan

Supervisor: Professor Zhang Yunbo

Major: Theoretical Physics

Field of Research: Bose-Einstein Condensation

Institute: Institute of Theoretical Physics

Research Duration: 2002.9-2005.7

June 2005

摘 要

本文基于在电磁感应透明介质中超慢光和光信息储存的基本理论和技术, 从理论上研究了用几种特殊强度分布的控制光: U-型、V-型、 δ -型和周期分布对慢光运动进行操控, 以及不同的控制光参数对慢光运动的影响。对于像方阱的耦合场强度的空间分布, 仅当探测光为精确共振 $\omega = \omega_0$ 时, 才能完全透过介质; 通过调节阱宽 z_0 或探测光频率使其满足共振透射条件, 也可以使探测光完全透射; 增加阱宽 z_0 或阱深都会使透明窗变窄。对于耦合场强度的三角空间分布, 界面 Z 形成一个光学事件视界, 从而产生类似于黑洞问题的波奇异。对于像 δ 阱的耦合场强度的空间分布, 仅当探测光为确切共振 $\omega = \omega_0$ 时, 才能完全透过介质; 增大 δ 阱的参数 β , 会使透明窗变窄。对于耦合场强度的空间周期分布, 产生不同折射率的周期交替排列, 从而得到依赖于耦合场强度周期 a 的光子带隙, 类似于光子晶体中常见的光局域效应。

关键词: 电磁感应透明; 群速度; 慢光; 暗态极化子; 透射系数

ABSTRACT

Based on the fundamental theories and techniques of ultraslow light and storing light information in Electromagnetically Induced Transparency (EIT) medium, we theoretically adopt several special control-light intensity profiles: U-, V- and δ -type and periodic profile to manipulate slow-light propagation, and investigate the influences of different control-light parameters on slow-light propagation. For a coupling field with a square-well-like spatial variation of the intensity, only probe light at exact resonance $\omega = \omega_0$ can totally pass through the medium. Adjusting the well width z_0 or probe-light frequency to the condition of resonant penetration also permits probe light totally transmit. Increasing the width z_0 or depth of the well can narrow the transparency window. For a triangle spatial variation of the intensity, the interface forms an optical analogue of event horizon, which causes a wave singularity similar to that associated with black holes. For a coupling field with a δ -well-like spatial variation of the intensity, only probe light at exact resonance $\omega = \omega_0$ can totally pass through the medium. Increasing the parameter β of δ well can make the transparency window narrower. For a periodically spatial variation of the intensity, a periodically alternating sequence of dielectric domains with high contrast in their refractive index is formed. Hence, a photonic band gap arises depending on the period of intensity. This phenomenon is similar to what happens in photonic crystals, i.e., the well-known light localization effects.

KEY WORDS: electromagnetically induced transparency; group velocity; slow light; dark-state polariton; transmission coefficient

目 录

引言	1
第一章 慢光产生的基本原理	2
1.1 光的相速度与群速度	2
1.2 实现慢光的方法——电磁感应透明 (EIT)	3
1.2.1 EIT 的微观理论	3
1.2.2 对 EIT 的物理解释——暗态	6
1.2.3 用 EIT 实现慢光	7
第二章 在 EIT 介质中慢光的运动	8
2.1 暗态极化子	8
2.2 从 EIT 到量子记忆	9
2.3 近期实验和未来应用	10
第三章 利用具有空间分布的驱动光控制慢光	12
3.1 慢光的唯像量子理论	12
3.2 “U 型”模型	14
3.3 “V 型”模型	17
3.4 “ δ 阱”模型	19
3.5 控制光强度的空间周期分布模型	20
结论	23
参考文献	24
致谢	26

Contents

Introduction	1
1. Basic principle of generating slow light	2
1.1 Phase velocity and group velocity of light.....	2
1.2 A method of slowing light-----electromagnetically induced transparency (EIT)	3
1.2.1 Microscopic theory of EIT.....	3
1.2.2 Physics of EIT—dark state.....	6
1.2.3 Slowing light by EIT.....	7
2. Propagation of slow light in an EIT medium	8
2.1 Dark-state polaritons.....	8
2.2 From EIT to quantum memory.....	9
2.3 Recent experiments and future applications.....	10
3. Manipulation of slow light using control light with spatial variation of intensity	12
3.1 Phenomenological quantum field theory of slow light.....	12
3.2 U-type model.....	14
3.3 V-type model.....	17
3.4 δ -well model.....	19
3.5 Model of control-light intensity with periodically spatial variation.....	20
Conclusions	23
References	24
Acknowledgments	26

引言

通常光子间不会发生相互作用，这一性质使光信号中所载入的信息对环境的扰动不会很敏感。因此，光学作为信息通信的一种较好的方法应运而生。而信息过程要求信号载体间的相互作用，即不同光子间或光子与电子间的相互作用。光学的许多其它应用，从医学到光谱学，也都基于光与物质的强相互作用。非线性光学的主要挑战之一是如何“剪裁”材料性质来增强这样的相互作用，同时，大大减弱破坏性过程（如光子吸收）的作用。

众所周知，介电介质可以用来操控光脉冲的性质。然而，光吸收限制了可能操控的范围：对弱光脉冲，这一点尤其重要。在非透明介质中的吸收可以通过一种被称作电磁感应透明（EIT）[1, 2]的量子干涉的机制来克服。在这样的原子介质中，光子间的相互作用会比在一般光学介质中的大许多数量级。

现在，人们正积极研究能使光传播的相干控制更容易的一些物理过程[1-3]。光脉冲可控制的局域化和贮存也提供了用非线性光学过程来控制光的新方法[4]。EIT[1, 2]被用来减慢运动光脉冲的群速度[6]，同时，可以可逆地把运动光脉冲转化成原子介质中的静态自旋激发[6-8]。除此之外，慢光技术已被扩展到如下领域：通过建立一个光的“路障”，研究在玻色-爱因斯坦凝聚体中小密度缺陷的形成[9]；利用 EIT 能使折射率大大增强的性质，可以方便地测量旋量 BEC 的旋转速度[10]；采用具有轨道角动量的慢光，研究简并费米原子气体的热力学性质[11]；用具有抛物线分布的控制光，慢光可以理论上模拟事件视界[12]。最近，孙昌璞的小组发现，同时采用具有轨道角动量的探测光和具有特殊空间分布的控制光，可以模拟磁单极[13]。

本文的结构安排如下：第一章系统介绍产生慢光的一种方法——电磁感应透明（EIT）；第二章论述在 EIT 介质中，通过控制光的开和关控制慢光的运动——暗态极化子的运动，从而实现量子信息的存储和释放；以及近几年慢光和量子信息存储的一些实验进展。第三章基于慢光的一种唯像量子理论，我们研究控制光强度的几种特殊空间分布：U-型、V-型、 δ -型和周期分布对慢光运动性质的影响。在 U-型和 δ -型模型中，我们讨论了探测光完全透射的条件以及不同的控制光参数值对透明窗大小的影响。在 V-型模型中，论述了在界面处会出现类似于黑洞中的波奇异行为。控制光强度周期分布的模型可以被看作光子晶体，产生光子带隙。最后，对本文做简要总结。

第一章 慢光产生的基本原理

1.1 光的相速度与群速度

在真空中,光速为 $c=299,792,458\text{m/s}$, 当一束光进入某种折射率为 n 的介质中时, 它的速度变为

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n} \quad (1-1)$$

但实际上, 我们知道, n 是 ω 的函数 $n=n(\omega)$, 且光脉冲不会有精确固定的频率, 它实际上是许多行进平面波的叠加, 每一个平面波成分有不同的速度, 即相速度

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n(\omega)} \quad (1-2)$$

群速度 v_g 是一个光脉冲 (波包) 中心的传播速度,

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (1-3)$$

由 (1-2) 式得

$$\frac{dk}{d\omega} = \frac{1}{c} \left(n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right) \quad (1-4)$$

因此, 我们得到群速度的表达式[18]:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n(\omega) + \omega \frac{dn(\omega)}{d\omega}} \quad (1-5)$$

现在, 让我们讨论这个重要式子的两个方面: 正常色散与反常色散[18]。

对普通介质来说, 当光脉冲的能量不等于介质中原子的电子能级的能量差(即光是远离共振)时, 发生“正常”色散。即在色散曲线中, 折射率 $n(\omega)$ 随频率 ω 的增加而单调增加, 这意味着 $dn(\omega)/d\omega > 0$ 。因此, 这种“正常”色散减小了群速度。

$$v_g = \frac{c}{n(\omega) + \left| \omega \frac{dn(\omega)}{d\omega} \right|} < \frac{c}{n} \quad (1-6)$$

如果色散曲线的坡度非常陡, 我们可以得到 $dn/d\omega$ 的巨大值, 从而在这个频率附近, 有效地降低了光速。

当光脉冲的能量非常接近于共振能量时, 会发生所谓的“反常色散”, 即折射率 $n(\omega)$ 随频率 ω 的增加而单调减小, 这意味着 $dn(\omega)/d\omega < 0$ 。如果 $|dn/d\omega|$ 足够大, 使 $n - |\omega dn/d\omega| < 1$, 那么,

$$v_g = \frac{c}{n(\omega) - \left| \omega \frac{dn(\omega)}{d\omega} \right|} > c \quad (1-7)$$

我们甚至可以进一步预期：当分母中的 $-\left| \omega \frac{dn(\omega)}{d\omega} \right|$ 项起主要作用时， $v_g < 0$ 。

1.2 实现慢光的方法——电磁感应透明 (EIT)

我们可以用普通物质如水和玻璃来使光速减慢到 c 的 $1/n$ 倍 ($n=1.5\text{---}2.0$)。但伴随更慢的光运动，会出现更大的折射率，这样，不可避免地会导致光吸收的增加。从在一般介电介质中光的谱极化率图 (图 1)，可以看出，有趣的低群速度谱区域，整个被吸收掩盖了。

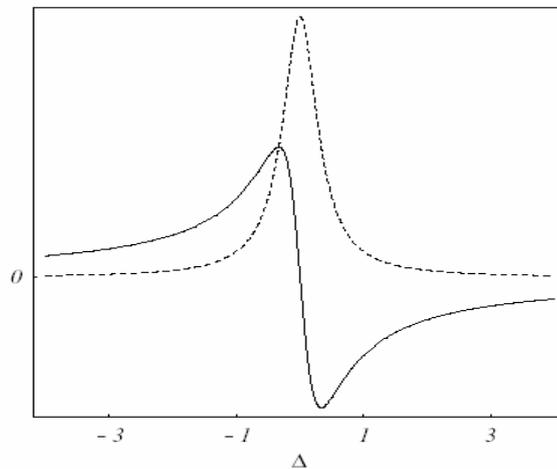


图 1：在一般介电介质中，光的谱极化率图。该图显示了极化率的实部（实线，与折射率相关）和虚部（虚线，表示光吸收）随失谐 Δ （任意单位）的变化曲线[18]。

EIT 可以弥补以上不足。EIT 最初是由 Stanford 的 S. E. Harris[2] 的小组于 20 世纪 90 年代观察到的一种现象。它是指用一束仔细选择好频率的激光照射原子云，从而对另一束特殊频率的光来说，原本不透明的介质变得透明，即有效地去除了介质的作用。

1.2.1 EIT 的微观理论

在 Harris 小组的 EIT 中，用一束强的相干光场来驱动一个三能级原子系统的两个上能级，见图 2，从而引进量子干涉。在近似条件下，对另一束探测光场来说，介质变得有效透明。

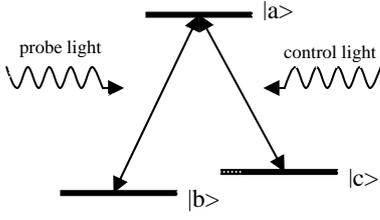


图 2: 在 EIT 中原子的三能级简图。

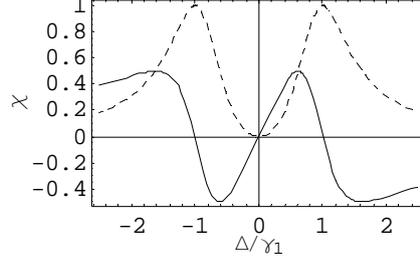


图 3: 在 EIT 中, 极化率的实部 (实线) 和虚部 (虚线) 随失谐 Δ 的变化。

考虑一个封闭的三能级原子系统, 如图 2 所示。能级 $|a\rangle$ 和 $|b\rangle$ 被一束振幅为 ε , 频率为 ν 的探测光场耦合, 探测场的色散和吸收正是我们感兴趣的。上能级 $|a\rangle$ 通过一束频率为 ν_μ 的强相干场与能级 $|c\rangle$ 耦合, 该强相干场具有复的 Rabi 频率 $\Omega_\mu \exp(-i\phi_\mu)$ 。密度矩阵元 ρ_{ab}, ρ_{ac} 和 ρ_{cb} 的非对角衰减率分别用 γ_1, γ_2 和 γ_3 表示。

原子与两个场的相互作用 Hamiltonian 由以下方程给出:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1 \quad (1-8)$$

其中,

$$\mathbf{H}_0 = \hbar\omega_a |a\rangle\langle a| + \hbar\omega_b |b\rangle\langle b| + \hbar\omega_c |c\rangle\langle c| \quad (1-9)$$

$$\mathbf{H}_1 = -\frac{1}{2} \left(\frac{\kappa_{ab}\varepsilon}{\hbar} e^{-i\nu t} |a\rangle\langle b| + \Omega_\mu e^{-i\phi_\mu} e^{-i\nu_\mu t} |a\rangle\langle c| \right) + \text{h.c.} \quad (1-10)$$

其中, ω_j ($j=a, b, c$) 是原子处于能级 j 的电子能量, κ_{ab} 为电子偶极矩的矩阵元。密度矩阵元 ρ_{ab} 和 ρ_{cb} 的运动方程由以下几式给出:

$$\dot{\rho}_{ab} = -(i\omega_{ab} + \gamma_1)\rho_{ab} - \frac{i}{2} \frac{\kappa_{ab}\varepsilon}{\hbar} e^{-i\nu t} (\rho_{aa} - \rho_{bb}) + \frac{i}{2} \Omega_\mu e^{-i\phi_\mu} e^{-i\nu_\mu t} \rho_{cb} \quad (1-11)$$

$$\dot{\rho}_{cb} = -(i\omega_{cb} + \gamma_3)\rho_{cb} - \frac{i}{2} \frac{\kappa_{ab}\varepsilon}{\hbar} e^{-i\nu t} \rho_{ca} + \frac{i}{2} \Omega_\mu e^{i\phi_\mu} e^{i\nu_\mu t} \rho_{ab} \quad (1-12)$$

$$\dot{\rho}_{ac} = -(i\omega_{ac} + \gamma_2)\rho_{ac} - i\Omega_\mu e^{i\phi_\mu} e^{-i\nu_\mu t} (\rho_{aa} - \rho_{cc}) + \frac{i}{2} \frac{\kappa_{ab}\varepsilon}{\hbar} e^{-i\nu t} \rho_{bc} \quad (1-13)$$

色散与吸收由 $\rho_{ab}^{(1)}$ 决定, 即仅需计算极化率至 ε 的最低量级。然而, 与能级 $|a\rangle$ 和 $|c\rangle$ 耦合的相干场是强场, 因此, 必须精确处理问题的这一部分, 保留 Ω_μ 至所有的量级。

由于原子最初处于基态 $|b\rangle$,

$$\rho_{bb}^{(0)} = 1, \rho_{aa}^{(0)} = \rho_{cc}^{(0)} = \rho_{ca}^{(0)} = 0 \quad (1-14)$$

把这些矩阵元的值代入式 (1-11) 和 (1-12), 并作以下代换:

$$\rho_{ab} = \tilde{\rho}_{ab} e^{-i\omega t} \quad (1-15)$$

$$\rho_{cb} = \tilde{\rho}_{cb} e^{-i(\nu + \omega_{ca})t} \quad (1-16)$$

得到下列一组耦合方程组：

$$\dot{\tilde{\rho}}_{ab} = -(\gamma_1 - i\Delta)\tilde{\rho}_{ab} + \frac{i}{2} \frac{\kappa_{ab}\mathcal{E}}{\hbar} + \frac{i}{2} e^{-i\phi_\mu} \tilde{\rho}_{cb} \quad (1-17)$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_{cb} = -(\gamma_3 - i\Delta)\tilde{\rho}_{cb} + \frac{i}{2} \Omega_\mu e^{i\phi_\mu} \tilde{\rho}_{ab} \quad (1-18)$$

其中， $\Delta = \nu - \omega_{ab}$ 为探测场的失谐，且我们已假设 $\nu_\mu = \omega_{ac}$ 。

这套方程组可以通过以下方式解出。先用矩阵形式写出：

$$\dot{\mathbf{R}} = -\mathbf{M}\mathbf{R} + \mathbf{A} \quad (1-19)$$

其中，

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \tilde{\rho}_{ab} \\ \tilde{\rho}_{cb} \end{bmatrix}, \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \gamma_1 - i\Delta & -\frac{i}{2} \Omega_\mu e^{-i\phi_\mu} \\ -\frac{i}{2} \Omega_\mu e^{i\phi_\mu} & \gamma_3 - i\Delta \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} i\kappa_{ab}\mathcal{E}/2\hbar \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1-20)$$

再作积分

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(t) &= \int_{-\infty}^t e^{-\mathbf{M}(t-t')} \mathbf{A} dt' \\ &= \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A} \end{aligned} \quad (1-21)$$

可以得到

$$\rho_{ab}(t) = \frac{i\kappa_{ab}\mathcal{E}e^{-i\omega t}(\gamma_3 - i\Delta)}{2\hbar[(\gamma_1 - i\Delta)(\gamma_3 - i\Delta) + \Omega_\mu^2/4]} \quad (1-22)$$

结合极化强度的表达式 $\mathbf{p} = \varepsilon_0 \chi \mathcal{E}$ 与复极化强度的定义： $\mathbf{p}(t) = 2\kappa_{ab} N \rho_{ab} e^{i\omega t}$ (N 为原子数密度)，得到复极化率 $\chi = \chi' + i\chi''$ 的实部和虚部的下列表达式：

$$\chi' = \frac{-N|\kappa_{ab}|^2 \Delta}{\varepsilon_0 \hbar Z} [\gamma_3(\gamma_1 + \gamma_3) + (\Delta^2 - \gamma_1\gamma_3 - \Omega_\mu^2/4)] \quad (1-23)$$

$$\chi'' = \frac{N|\kappa_{ab}|^2}{\varepsilon_0 \hbar Z} [\Delta^2(\gamma_1 + \gamma_3) - \gamma_3(\Delta^2 - \gamma_1\gamma_3 - \Omega_\mu^2/4)] \quad (1-24)$$

其中，

$$Z = (\Delta^2 - \gamma_1\gamma_3 - \Omega_\mu^2/4)^2 + \Delta^2(\gamma_1 + \gamma_3)^2 \quad (2-25)$$

χ' 和 χ'' 分别代表每单位波长的色散和吸收。图 3 画出了极化率 χ' 和 χ'' 随失谐 Δ 的变化曲线(取 $\Omega_\mu = 2\gamma_1, \gamma_1 \gg \gamma_3$ ($\gamma_3 = 10^{-4} \gamma_1$))。可以看出，在零失谐 $\Delta = 0$ 处， χ' 和 χ''

都等于零。即当折射率为 1 时，吸收几乎为零。因此，在强相干场的作用下，介质变得透明。如果不存在控制光，即 $\Omega_\mu = 0$ ，我们将得到形如图 1 所示的极化率 χ' 和 χ'' 随失谐 Δ 的变化曲线。此时，在零失谐 $\Delta = 0$ 处，吸收最大。可见，在 EIT 中，控制光起了决定性作用。

极化率的虚部描述介质的吸收性质，因此可以定义强度透射系数 T [19]，

$$T = \exp[-\text{Im} \chi kL] \quad (1-26)$$

其中， L 是介质的长度， k 是探测光的共振波矢。同时，极化率的实部决定了折射率 n ：

$$n = 1 + \frac{1}{2} \text{Re} \chi \quad (1-27)$$

类似于文献[19]，我们给出了强度透射系数 T 和折射率 n 随探测光失谐 Δ 的变化曲线（图 4 和图 5）。这里，我们取 $\Omega_\mu = 1/2\gamma_1$ 。可以看出，在失谐为零的附近，形成了一个窄的透明窗。

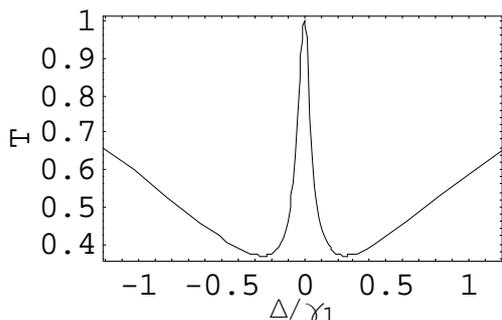


图 4：在 EIT 中的透射谱。

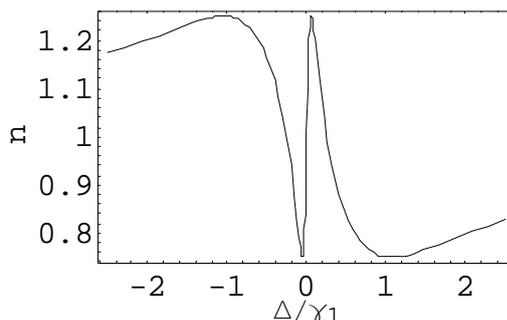


图 5：在 EIT 中的折射率谱。

1.2.2 对 EIT 的物理解释——暗态[1]

光与原子相互作用的强度是光波长或频率的函数。当光频率与原子的特殊跃迁频率相匹配时，满足共振条件，从而介质的光学响应大大增强。这时由于原子跃迁至激发态，光的运动伴随着强吸收和色散。

在本节的 EIT 框架中，控制光场起了决定性的作用。探测光束被调到 $|a\rangle$ 和 $|b\rangle$ 能级差精确共振， $\hbar\omega_p = E_a - E_b$ ；而导致透明的光束或耦合光束被调至 $|a\rangle$ 和 $|c\rangle$ 能级差精确共振， $\hbar\omega_c = E_a - E_c$ 。在 Hau[5] 的实验中，较低能级 $|b\rangle$ 和 $|c\rangle$ 是碱金属原子电子基态的不同角动量（自旋）的子能级。如果没有耦合激光，那么，探测激光将被吸收来激发原子： $|b\rangle \rightarrow |a\rangle$ ，紧跟着的是重新自发辐射过程。事实上，发生的情况是：最初，所有处于 $|b\rangle$ 态的原子不能吸收耦合激光，因为 $\omega_c = (E_a - E_c)/\hbar$ 。当频率为 $\omega_p = (E_a - E_b)/\hbar$ 的探测激光入射时，这两束激光的联合效果是刺激原子处于态 $|b\rangle$ 和 $|c\rangle$ 的所谓相干叠加态： $|b\rangle - \Omega_p/\Omega_c |c\rangle$ ，其中，两者间具有确定的相关关系。这

个叠加态叫“暗态” [1]，因为，在这样的态中，光可以被原子吸收的两个可能路径相互干涉，彼此相消。探测激光与耦合激光都不能被吸收。由于这样的破坏性量子干涉，没有任何原子能被激发到激发态，从而导致光吸收为零。这正是 EIT 的关键所在。即使在打开探测激光之前，暗态就已经存在。因为我们总可以把原子与耦合激光合起来考虑为一个完备系统。

1.2.3 用 EIT 实现慢光

EIT 的许多重要性质都起源于在原本不透明的介质中，量子干涉产生的微妙性质。事实上，要获得理想的透明度，只有在确切的共振条件下，(见图 4)，即当频率失谐为零时。当探测光有一定失谐时，EIT 中的量子干涉变得较弱，从而导致介质有一定的吸收性。因此，出现在吸收谱中的透明窗是很窄的(图 4)。同时，频率失谐的最大幅度(“透明窗”)可以通过用更强的耦合场来增宽，因为在这种情况下，干涉会变得更强烈。

既然在理想的 EIT 介质中，原子与光场已被退耦合。在共振处，极化率为零，则折射率等于 1。这意味着相前的运动速度即相速度等于光在真空中的速度。然而，伴随窄的透明共振的是折射率随频率的非常陡的色散曲线。这时，在介质中运动波包的包络具有群速度 V_g [6]:

$$V_g = \frac{c}{1 + g^2 N / |\Omega_c|^2} \quad (1-28)$$

其中， g 为原子与探测场的耦合常数。上式的 V_g 比光在真空中的速度 c 要小的多。注意到 v_g 依赖于控制场强度和原子密度 N : 减小控制场功率或增加原子密度会使 V_g 更慢。

第二章 在 EIT 介质中慢光的运动

最初光脉冲是在 EIT 介质的外面，所有的原子处于它们的基态 $|b\rangle$ 。接着，脉冲的前部进入介质并被快速地减慢，后部留在介质的外面，仍以真空中的光速 c 运动。所以，一进入介质，脉冲的空间展宽被压缩 c/V_g 倍，而脉冲的峰的高度保持不变。很明显，当光脉冲处于介质中时，它的能量是更小的多。光子正被消耗来建立态 $|b\rangle$ 和 $|c\rangle$ 的相干。当脉冲出了介质时，它的空间展宽又会增加，原子又返回至它们的最初基态。而脉冲共被延迟了 τ 时间：

$$\tau = (1/v_g - 1/c)L = L/c \times \frac{g^2 N}{|\Omega_c|^2} \quad (2-1)$$

在介质内部，被反转的自旋波与光脉冲一起运动。因此，脉冲中的光子与原子强烈耦合，可以把这样的慢光运动与一个准粒子联系起来。这个准粒子叫暗态极化子[6]，它是光子与自旋的联合激发。

2.1 暗态极化子

为说明暗态极化子是如何出现的，考虑在 Heisenberg 绘景中，运动信号场与原子的量子演化（在此，忽略 $|b\rangle$ 和 $|c\rangle$ 之间的相干衰减率）。可以用电场算子 \hat{E} 来描述传输信号，

$$\hat{E}(z, t) = \sum_k a_k(t) e^{ikz} \quad (2-2)$$

其中，求和是在对应于玻色算子 a_k ，波矢为 k 的自由空间模上进行的。为描述介质的性质，采用集体的原子算子，它是在 z 位置的包含 $N_z \gg 1$ 个粒子的小宏观体积内求平均。特别地，算子

$$\hat{\sigma}_{ba}(z, t) = \frac{1}{N_z} \sum_{j=1}^{N_z} |b_j\rangle \langle a_j| e^{-i\omega_{ba}t} \quad (2-3)$$

描述以光学频率振动的原子极化。而算子

$$\hat{\sigma}_{bc}(z, t) = \frac{1}{N_z} \sum_{j=1}^{N_z} |b_j\rangle \langle c_j| e^{-i\omega_{bc}t} \quad (2-4)$$

对应于一个低频自旋波。这里， ω_{ba} 和 ω_{bc} 分别是光学跃迁和自旋反转的共振频率。假设控制场是强场，作为经典处理。原子演化由一套 Heisenberg 方程给出：

$$\dot{\hat{A}} = i/\hbar [\hat{H}, \hat{A}] \quad (2-5)$$

其中， \hat{H} 为原子与场相互作用 Hamiltonian, $\hat{A} = \{\hat{\sigma}_{ba}, \hat{\sigma}_{bc}\}$ 。假设信号场是弱场，并且控制场 Ω_c 和 \hat{E} 随时间变化足够缓慢，即绝热过程。近似至信号场 \hat{E} 主要的那一阶，我们得到：

$$\hat{\sigma}_{ba}(z, t) = -\frac{i}{\Omega_c} \left[\frac{\partial}{\partial t} \hat{\sigma}_{bc}(z, t) \right] \quad (2-6)$$

$$\hat{\sigma}_{bc}(z, t) = -\frac{g\hat{E}(z, t)}{\Omega_c} \quad (2-7)$$

信号场的演化由 Heisenberg 方程来描述：

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial z} \right) \hat{E}(z, t) = igN \hat{\sigma}_{ba}(z, t) \quad (2-8)$$

它与经典运动方程非常类似。

可以通过引进一个新的量子场 $\hat{\Psi}(z, t)$ [6] 来得到上述方程的解。 $\hat{\Psi}(z, t)$ 是光子与自旋波成分的叠加：

$$\hat{\Psi}(z, t) = \text{Cos} \theta \hat{E}(z, t) - \text{Sin} \theta \hat{\sigma}_{bc}(z, t) \quad (2-9)$$

$$\text{Cos} \theta = \frac{\Omega_c}{\sqrt{\Omega_c^2 + g^2 N}}, \text{Sin} \theta = \frac{g\sqrt{N}}{\sqrt{\Omega_c^2 + g^2 N}} \quad (2-10)$$

场 $\hat{\Psi}$ 服从以下运动方程：

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + c \text{Cos}^2 \theta \frac{\partial}{\partial z} \right] \hat{\Psi}(z, t) = 0 \quad (2-11)$$

此方程描述了一个速度 $v_g = c \text{Cos}^2 \theta$ 的形状维持不变的波的传播， V_g 正比于它的光子成分的幅度。在这里，我们应当注意暗态极化子的几个重要性质。首先，它的 Fourier 成分 $\hat{\Psi}_k$ 和 $\hat{\Psi}_k^+$ 服从玻色对易关系： $[\hat{\Psi}_k, \hat{\Psi}_k^+] \approx 1$ ，它是在弱信号极限下得到的。第二，由 (2-9) 式定义的算子不包含电子激发态成分，因此不会发生自发辐射。这也正是它称作暗态极化子的原因。最后，暗态极化子的性质（如运动速度和混合角）可以通过改变控制场的强度等很方便地操控。

2.2 从 EIT 到量子记忆

量子记忆的想法与暗态极化子的概念有紧密关系。当一个极化子在 EIT 介质中运动时，它保持幅度和形状不变，

$$\hat{\Psi}(z, t) = \hat{\Psi} \left[z - c \int_0^t d\tau \text{Cos}^2 \theta(\tau), t = 0 \right] \quad (2-12)$$

但极化子性质可以通过简单地改变控制光束的强度来调节。当控制光强度减弱时， $\text{Cos}^2\theta \sim |\Omega_c|^2$ 变得非常小，且群速度 ($v_g = c \text{Cos}^2\theta$) 被减慢。同时，极化子态中的光子分布也减少，见式 (2-9)。尤其，如果控制光束被关闭 [$\Omega_c(t) \rightarrow 0$]，那么，极化子的群速度被减小到零 [$\theta(t) \rightarrow \pi/2$]；极化子变为纯原子成分的：

$$\hat{\Psi}(z,t) \rightarrow -\sqrt{N}\hat{\sigma}_{bc}(z) \quad (2-13)$$

在这一点，光子的量子态被转换至长寿命的原子自旋态。只要束缚过程足够圆滑[即绝热过程]，整个过程就没有损耗，且是完全相干的。通过简单地重新加速被停止的极化子，被储存的量子态可以容易地释放出来。

我们已论述了要使 EIT 能有效地去除色散，光脉冲谱应被包含在相对窄的透明窗内。趋于零的控制光束强度意味着透明窗会变得无限窄，最后消失。在这种情况下，如何能避免损耗呢？在极化子中，绝热过程的重要性就在于动力学地减小了群速度，极化子频谱随之变窄，以致即使 $v_g = 0$ ，情况也不会被破坏。为说明这种情况是如何发生的，我们注意到，在绝热地减慢极化子的过程中，只要 $v_g(t)$ 仅是时间的函数 [20]，波包的空间宽度就会保持不变，同时，电场幅度被减小。

最后，值得一提的是，以上技术的核心点不是储存光子所载的能量或动量，而是它们的量子态。事实上，实际中几乎没有能量或动量真正被储存在 EIT 介质中，而能量或动量被转移到控制光束或从控制光束借来，这样，整个光脉冲被相干地转换为低能自旋波。这就是这种方法独具有的关键特征，这使它应用到量子信息科学成为可能。

2.3 近期实验和未来应用

慢光这一课题真正成为人们关注的焦点，是由于 1999 年 Hau 小组[5]所做的具有里程碑意义的实验。他们用激光制冷和蒸发冷却使钠原子气体冷却至 nk 级温度，即 BEC 的临界温度以下，此时，由于有很高密度的原子占据束缚势的量子基态，从而使光脉冲减慢至 17m/s。紧跟着，Kash 等人[21]用一种调制技术在 Rb 蒸汽中测到 90m/s 的群速度。用相同的技术，Budker 等人[22]得到低至 8m/s 的群速度。也是在最近，Turukhin 等人[23]在 5K 温度的固体介质中观察到 45m/s 的慢光运动速度。2003 年，Matthew 等人[24]在室温下的 Ruby 晶体中观察到群速度低至 $57.5 \pm 0.5\text{m/s}$ 的慢光运动。

最近的实验也展现了一些光储存和操控效应，说明弱脉冲可以被“束缚”，并经

一段储存时间后被释放出来。必须强调，目前所有的实验都是在经典范畴内完成的，因为它们都涉及到处于相干态的弱激光脉冲。因此，这些实验都没有检测量子信息技术的最有趣特征（即对光的非经典关联的储存）。不过，它们能够探测动力学束缚极化子的一些重要特征，尤其证明了，在束缚和释放过程期间，弱脉冲不会被破坏。

Liu 和他的合作者[7]的实验，所采用的装置与早期慢光实验的装置相似。光脉冲被减速，接着被“束缚”在超冷原子样品中，时间可长达 1ms。另一个来自 Harvard 由 R.Walsworth 和 M. Lukin 领导的小组[8]所做的实验，采用热 Rb 原子电子基态的 Zeeman 子能级，用极化控制技术来操控慢光运动。他们测得储存时间长达 0.5ms。为确保长时间相干，他们选用缓冲气体来有效地减慢原子运动，这一点与 Kash 等早期的研究相似。

需要指出，冻结光脉冲与储存光的概念不完全相同。2003 年，Bajcsy 等人[25]同时采用两束向前和向后传播的控制光使在 Rb 原子介质中的运动光场转换到静止的局域电磁场能量的激发，且在一段可控制的时间间隔后，它可以被重新释放出来。这种方法产生了被束缚到原子自旋相干的静止光脉冲波包，为光子态的操控和非线性光学过程提供了新的可能。可以肯定，冻结的静止光脉冲在量子光学中将翻开新的一章。

慢光技术的未来应用主要包括以下几个方面：(1) 光信息存储，(2) 超敏感光学开关，(3) 量子计算机，(4) 光学黑洞。目前，人们对前三者已有较深入研究。对于光学黑洞，Leonhardt[12]在 2002 年已从理论上提出一个实验方案来模拟事件视界。

第三章 利用具有空间分布的驱动光控制慢光

EIT 的理论[1-3]常常用原子的一个三能级方案来实现：两个能级充当被控制场耦合的激发态，一个能级作为基态，见图 2。控制光束与 c 和 a 能级耦合，很大程度上影响了原子的光学性质——改变了原子对被调制到 $b \rightarrow a$ 跃迁的弱探测光束的吸收性质。这里，我们采用慢光的一种唯像的量子理论，它不依赖于实际中所使用的微观机制。我们仅仅假设慢光介质是透明的，有一个实的极化率线性地依赖于离 ω_0 (即探测光的共振频率) 的失谐。在 EIT 中，这个理论被限制到 ω_0 附近的窄透明窗，而这个窗口可以最大限度地达到原子跃迁的自然线宽。可以证明[15]，这个理论与 EIT 的三能级理论一致。它足够简单可以解析处理，又足够综合可以捕获慢光量子的本质。

3.1 慢光的唯像量子理论

我们用一个实标量场 φ 表示慢光，忽略其极化。为简单起见，假设光场在两个空间方向--x 和 y 方向上是均匀的，认为光场是时间 t 和位置 z 的函数。此模型的有效 Lagrangian 是：

$$L = \frac{\hbar}{2} [(1 + \alpha)(\partial_t \varphi)^2 - c^2 (\partial_z \varphi)^2 - \alpha \omega_0^2 \varphi^2] \quad (3-1)$$

其中，c 表示真空中的光速，实参数 α 决定了群速度，

$$v_g = \frac{c}{1 + \alpha} \quad (3-2)$$

因此， α 叫做群指标。在 EIT 中，群指标 α 反比于控制光强度，

$$\alpha(t, z) = \frac{\kappa}{I_c(t, z)} \quad (3-3)$$

其中，耦合强度 κ 正比于原子偶极跃迁矩阵元的模平方与原子密度。在我们的模型中，群指标仅依赖于空间坐标 z 而不随时间变化。式 (3-1) 中的第一项表示有 EIT 介质的存在而引入的对电场的修正，第二项表示磁场项，第三项表示由于 EIT 介质的存在而引入的有效势。如果没有 EIT 介质 (即 $\alpha = 0$)，L 就约化为具有单一极化方向的自由电磁场的 Lagrangian: $(\epsilon_0 / 2)(E^2 - c^2 B^2)$ 。在 SI 单位中， φ 与电场强度 E 有如下关系：

$$\mathbf{E} = \left(\frac{\hbar}{\epsilon_0}\right)^{1/2} \omega \boldsymbol{\varphi} \quad (3-4)$$

其中， ω 表示光的频率， ϵ_0 是真空中的介电常数。

为了分析 Lagrangian (3-1) 的运动情况, 考虑相应的 Euler-Lagrange 方程[16]:

$$\partial_t \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta(\partial_t \varphi)} + \partial_z \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta(\partial_z \varphi)} = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \varphi} \quad (3-5)$$

由此得到波方程

$$[\partial_t(1+\alpha)\partial_t - c^2\partial_z^2 + \alpha\omega_0^2]\varphi = 0 \quad (3-6)$$

这就是基于传统的三能级模型的慢光的运动方程[15], 但这个方程适用于更一般的背景: 方程 (3-6) 描述在具有线性谱极化率的介质中光的运动。假设光场的振动比 α 的时间和空间变化都快, 我们可以用 ω 和 \mathbf{k} 分别代替 $i\partial_t, -i\partial_z$ 。这样, 得到如下色散关系:

$$\mathbf{k}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} - \alpha \frac{(\omega + \omega_0)(\omega - \omega_0)}{c^2} = 0 \quad (3-7)$$

在 ω_0 附近的正透明窗内, 方程 (3-7) 约化为

$$\mathbf{k}^2 - \frac{\omega^2}{c^2}(1+\chi) = 0 \quad (3-8)$$

其中, 线性谱极化率 χ 为

$$\chi = \frac{2\alpha}{\omega_0}(\omega - \omega_0) \quad (3-9)$$

可以看出, 只要探测光的频率位于 EIT 的透明窗内, 从 Lagrangian (3-1) 就能得到谱极化率的典型线性关系。事实上, 正是由于 Lagrangian (3-1) 包含场和它微分的平方, 才能推出谱极化率 (3-9) 式。因此, Lagrangian (3-1) 是描述慢光适合的 Lagrangian。

下面, 沿着信号探测光的传播方向, 我们引进几种控制光场强度 I_c 的特殊空间分布: “U 型” (图 5), “V-型” (图 6) 分布, “ δ ” 分布和周期分布 (图 11), 从理论上研究在 EIT 介质中, 这样的控制光对慢光的运动性质的影响。

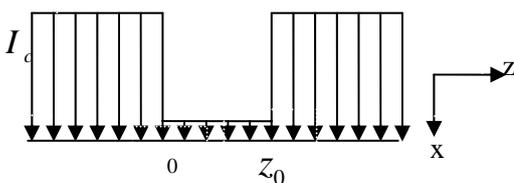


图 5: 控制光强度的“U 型”分布图。

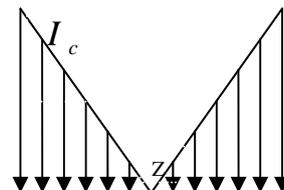


图 6: 控制光强度的“V-型”分布图。

3.2 “U 型”模型

假设控制光束沿 x 方向照射 EIT 介质。在 $z < 0$ 和 $z > z_0$ 的区域，控制光非常强，强度为 I_∞ ；在 $0 < z < z_0$ 的区域，控制光相对暗，其强度为 $I_0 \ll I_\infty$ 。这个宽度为 z_0 的带作为一个“暗”强度 I_c 的空间区域穿过介质，结果，在这个区域中，探测光的群速度被大大减小。假设暗控制光强度 I_c 的空间区域足够扁平，且切入介质足够深以满足我们的模型，见图 5。（已经假设控制光强度在 x 和 y 两个空间方向上是均匀的，至少在几个波长范围内均匀即可。）为简化，考虑一个一维模型，慢光仅沿 z 方向运动；再把模型理想化：让 I_∞ 趋于无穷大。下面，我们从理论上分析这样的控制光分布对慢光运动的影响。

考虑振荡频率为 ω 的单色探测光，这时，波方程 (3-6) 约化为静态微分方程：

$$\partial_z^2 \psi + [k^2 + \alpha(k^2 - k_0^2)]\psi = 0 \quad (3-10)$$

其中， ψ 是空间波函数， $k = \omega/c, k_0 = \omega_0/c$ 。从方程 (3-10) 可以看出，包含群指标 α 的项 $\alpha(k^2 - k_0^2)$ 相当于一个有效势。根据关系 (3-3)，

$$\alpha(z) = \begin{cases} \alpha_0 = \frac{\kappa}{I_0}, 0 < z < z_0 \\ 0, z < 0, z > z_0 \end{cases} \quad (3-11)$$

这是一个有效方势垒。现在，让探测光沿正 z 方向照射 EIT 介质。于是，我们得到在不同区域的空间波函数：

$$\psi = \begin{cases} e^{ikz} + R e^{-ikz}, z < 0 \\ A e^{i\mu z} + B e^{-i\mu z}, 0 < z < z_0 \\ S e^{ikz}, z > z_0 \end{cases} \quad (3-12)$$

其中， $\mu = \sqrt{k^2 + \alpha_0(k^2 - k_0^2)}$ 。（在 $z > z_0$ 的一边，只有沿 z 的正方向运动的透射波。）常数 R 、 A 、 B 和 S 由 $z=0$ 和 z_0 点的 ψ 和 $d\psi/dz$ 的连续性条件来确定。透射系数定义为 $T = |S|^2$ 。经计算，我们得到：

$$T = [1 + \frac{1}{4} (\frac{k}{\mu} - \frac{\mu}{k})^2 \sin^2 \mu z_0]^{-1} \quad (3-13)$$

可以看出，当 μ 等于 k 时，透射系数 T 变为 1。这种完全透射的条件可以通过让 $\alpha_0 = 0$ 或 $k = k_0$ 来实现。 $\alpha_0 = 0$ 时完全透射正是我们所意料的，因为这时不存在有效方势垒，控制光强度是空间均匀的。

$k = k_0$ 时，对应于确切的透明共振，可以用暗态极化子[6]的理论来理解。这时不同控制光强度区域的慢光极化子的波函数是相同的。在暗态极化子[6]的理论中，控制光强度仅影响极化子的群速度，而不影响它的相干幅度（极化子是由对应的场和物质成分组成的）。最初，探测光以速度 c 运动。当它进入很弱的控制光强度区域时，极化子的群速度被大大减慢，绝大多数的光子成分转化为原子的 Raman 激发。当极化子慢慢地爬过很弱的控制光强度区域时，极化子的物质成分又被还给光子成分，探测光又被加速到最初的速度 c 。

当改变探测光的频率，会出现一个更有趣的情况。在式 (3-13) 中，透射系数依赖于 \sin 项，因此，随着 k 的增加，透射系数反复地变为 1，如图 7 所示。这一现象相似于量子力学中一个粒子在方势阱中的共振透射。发生共振透射的条件是：

$$\mu z_0 = n\pi, n = 1, 2, 3, \dots \quad (3-14)$$

也就是当探测光的波矢满足以下条件时，

$$k = \sqrt{\frac{\alpha_0 k_0^2 + n^2 \pi^2 / z_0^2}{1 + \alpha_0}}, n = 1, 2, 3, \dots \quad (3-15)$$

透射系数为 1。

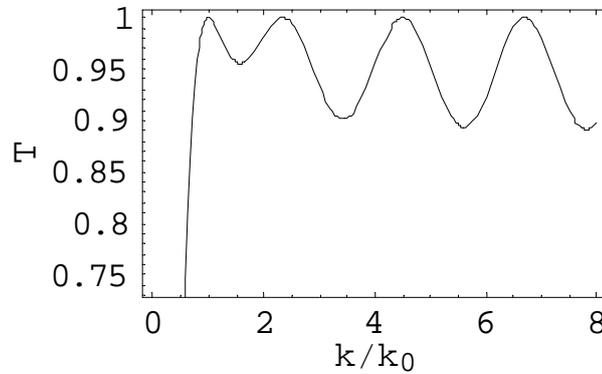


图 7： 在模型 1 中，透射系数 T 随探测光频率的变化曲线。

$$(\text{取 } \alpha_0 = 1, k_0 z_0 = 1)$$

这一结果在物理上可如下理解：当探测光进入“势垒”区后，在 $z=0$ 和 z_0 位置会发生反射和透射。如果探测光的频率合适，且满足 $\mu z_0 = n\pi, n = 1, 2, 3, \dots$ ，那么，经过多次反射而出去的透射波具有相同的位相，因此，它们的相干叠加使透射波幅大增，这样就发生共振透射。

同样，固定探测光的频率不变，调节阱宽 z_0 使其满足共振透射条件，也能使探

测光完全透过介质。

进一步，我们可以分析参数 α_0 和 z_0 取不同值时，对透明窗的影响（见图 8 和图 9）。可以看出，随着 α_0 和 z_0 的增大，透明窗都会变窄。事实上，在我们具有很强局限性的“U-型”模型中，宽度为 z_0 的区域，相当于包含介质的区域；而两边相当于真空区域（因为，在两边，探测光的速度均为真空中光速 c ）。因此，我们的问题等价于探测光穿过长度为 z_0 的 EIT 介质的运动。在 $k = k_0$ 处的透明窗性质与 EIT 理论[19]定性吻合。因为增大 α_0 ，相当于减弱较暗控制光强度 I_0 （即增加阱深），这样，会使透明窗变窄。

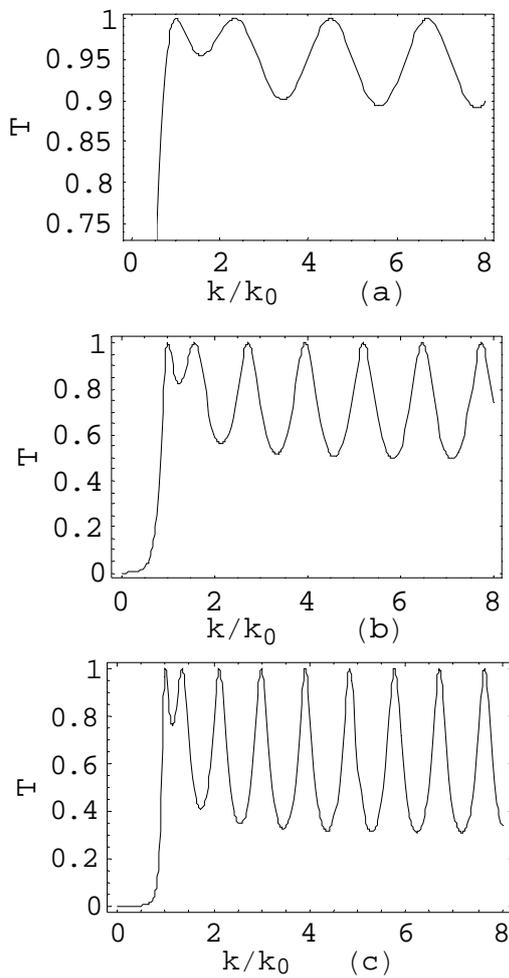


图 8: T 随探测光频率的变化。(取 $k_0 z_0 = 1$,
(a) $\alpha_0 = 1$, (b) $\alpha_0 = 5$, (c) $\alpha_0 = 10$)

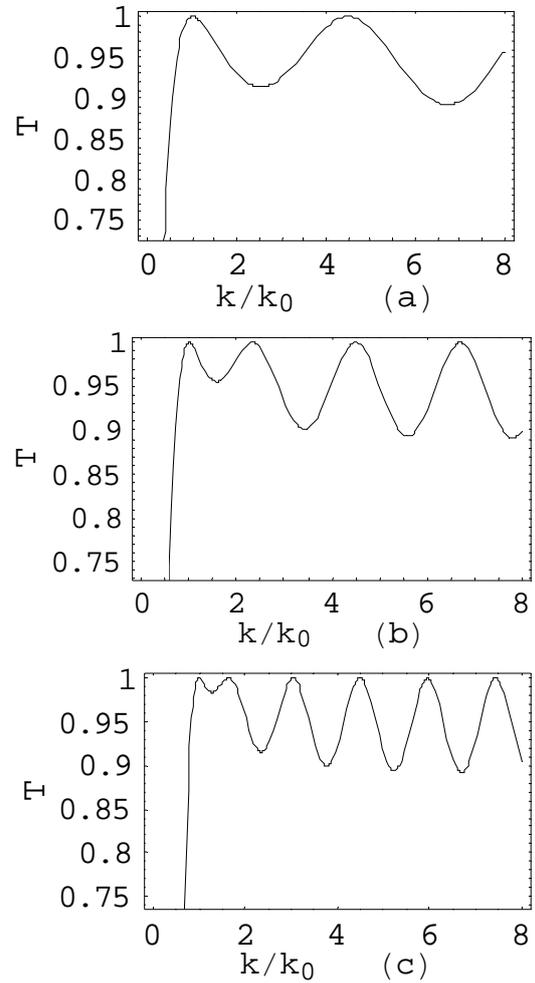


图 9: T 随探测光频率的变化。(取 $\alpha_0 = 1$,
(a) $z_0 = 0.5/k_0$, (b) $z_0 = 1/k_0$, (c) $z_0 = 1.5/k_0$)

对很大的 α_0 值， μ 变成一个虚数，

$$\mu = -ik', k' = \sqrt{\alpha_0(k_0^2 - k^2) - k^2} \quad (3-16)$$

假设 $k' z_0 \gg 1$,

$$T \approx \frac{16k^2 k'^2}{(k^2 + k'^2)^2} \exp[-2z_0 \sqrt{\alpha_0(k_0^2 - k^2) - k^2}] \quad (3-17)$$

可以看出, T 灵敏地依赖于“势垒”宽度 z_0 和高度 α_0 。在一般的宏观条件下, T 值非常小, 探测光的透射不容易被观察到。

需要注意, 这里所说的“透射”波指没有被反射的波。而在 EIT 中, “透明”强调没有被吸收的光。

3.3 “V 型”模型

第二个模型与第一个相似, 只是这里用一个“V-型”的控制光分布, 如图 6。穿过介质, 形成一个零控制光强度 I_c 的界面 Z。实验上可以用计算机产生全息图来实现这种分布, 与产生 Laguerre-Gaussian 光束[26]类似。 I_c 线性地依赖于 z, 根据关系 (3-3), 群指标 α 出现奇点, 在这一点, 群速度变为 0。 α 的分布是:

$$\alpha = \begin{cases} \frac{a}{z}, z > 0 \\ -\frac{a}{z}, z < 0 \end{cases} \quad (3-18)$$

其中, 参数 a 规定了群指标分布的标度。我们假设群指标的分布 (3-18) 在 z 方向扩展到一个足够长的区域。为简化, 我们考虑慢光仅沿 z 方向运动。

在控制场的节点处, 探测光的群速度变为 0。可以预期, 不会有慢光的波包通过界面 Z。考虑慢光服从群指标分布为 (3-18) 的波方程 (3-10), 我们得到如下的波函数:

$$\psi(z) = e^{-ikz} {}_1F_1[1 \pm i\gamma, 2, 2ikz] \quad (3-19)$$

其中, \pm 对应于界面右边和左边的空间区域, ${}_1F_1$ 是合流超几何函数, $\gamma = \frac{a}{2k}(k^2 - k_0^2)$ 。

界面 Z 左边与右边的情况非常类似, 因此, 只考虑右边的区域。根据频率 ω 相对于确切的透明共振 ω_0 的失谐大小, 出现不同的情况。当探测光的蓝失谐较大以至产生较大的 γ 时, 出现一个有趣的现象。从波函数的图 10, 可以看出, 正的 γ 越大, 在原点附近的慢光波的幅度和波长越小, 甚至趋于 0。这种情形可以通过调整控制场分布的梯度来实现, 它在式 (3-3) 和 (3-18) 中起了决定性的作用。控制场的梯度

越小， a 越大。因此，一个足够小的控制场梯度产生一个较大的 γ （即使频率 ω 处于窄的透明窗以内），从而使慢光波冻结在零群速度的界面处。

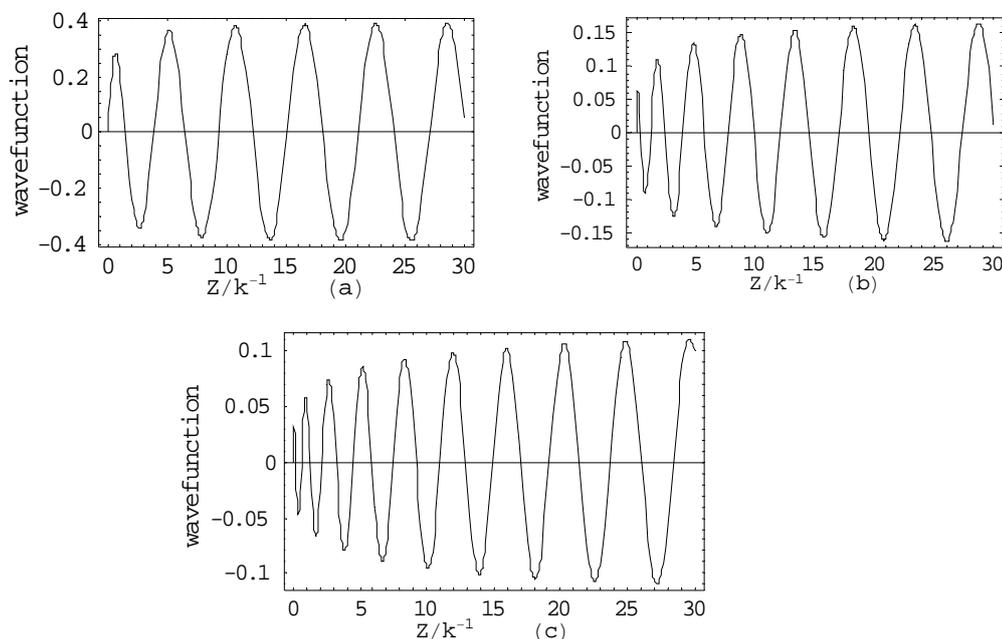


图 10: 在模型 2 中，慢光波函数的分布图，

(a) $\gamma = 1$, (b) $\gamma = 5$, (c) $\gamma = 10$)

每一个波场由两个量来表示：局域波幅和相位。如果在某一个位置，波幅为零，则在这一点，场的相位是不确定的[17]。因此，对我们的问题，在原点附近，这样的相奇异也会出现。这样的过程——产生一个使波分开的界面且出现相奇异的现象——称为波塌缩。一个星球引力塌缩成一个黑洞，会产生一个视界，它也把空间切成两个不连续的部分。在事件视界附近，外面的观察者会看到波的相似行为。一切运动都冻结在黑洞的视界附近，因而被称做冻结星[27]。鉴于这种类比，此模型中零群速度的界面 Z 称为光学视界。

3.4 “ δ 阱”模型

第三个模型是把第一个模型进行修改而建立的。让 I_0 趋于零，并将阱宽 z_0 压缩到无穷小，但保持 $\alpha_0 z_0$ 为常数 β ，

$$\alpha_0 z_0 = \beta \quad (3-20)$$

这样便得到 δ 阱模型。此时， α 的分布是：

$$\alpha(z) = \beta\delta(z), (\beta > 0) \quad (3-21)$$

这是一个有效 δ 势垒。考虑慢光服从群指标分布为 (3-21) 的波方程 (3-10)。 $z=0$ 是方程的奇点，在该点 ψ'' 不存在，表现为 ψ' 存在跃变：

$$\psi'(0^+) - \psi'(0^-) = \beta(k_0^2 - k^2)\psi(0) \quad (3-22)$$

即 $\psi'(z)$ 在 $z=0$ 点一般是不连续的。式 (3-22) 是有效 δ 势垒中 ψ' 跃变的条件，在处理 δ 势垒的问题中起着关键作用。

让探测光沿 z 方向照射 EIT 介质。于是，得到在 $z \neq 0$ 区域的空间波函数：

$$\psi = \begin{cases} e^{ikz} + R e^{-ikz}, & z < 0 \\ S e^{ikz}, & z > 0 \end{cases} \quad (3-23)$$

常数 R 和 S 由 $z=0$ 点 ψ 的连续性条件和 $d\psi/dz$ 的跃变条件 (3-22) 来确定。透射系数定义为 $T = |S|^2$ 。经计算，我们得到：

$$T = \frac{1}{1 + \beta^2(k_0^2 - k^2)^2/4k^2} \quad (3-24)$$

可以看出，当 k 等于 k_0 时，透射系数 T 变为 1。这个结果与 EIT 的结果一致。

与第一个模型的情形相似，这一结果也可以用暗态极化子的理论来理解。当探测光在左边区域时，它以真空中光速 c 运动；当它运动到 $z=0$ 处，即控制光强度为零的无穷小区域时，慢光（极化子）被冻结，同时，极化子的光子成分（探测光）全部被转移到原子成分。由于极化子是被冻结在无穷小区域，所以极化子还是可以爬过这个极限区域，之后，极化子又转变到纯光子成分以真空中光速 c 运动。

进一步，我们也可以分析参数 β 取不同值时，对透明窗大小的影响（见图 11）。从图 11 可以看出，参数 β 的值越大，透明窗变得越窄。根据式 (3-20)，参数 β 的值越大，意味着较暗控制光强度 I_0 越弱（阱越深）或阱宽越窄，导致透明窗变窄。这一点与模型 1 的结论一致。

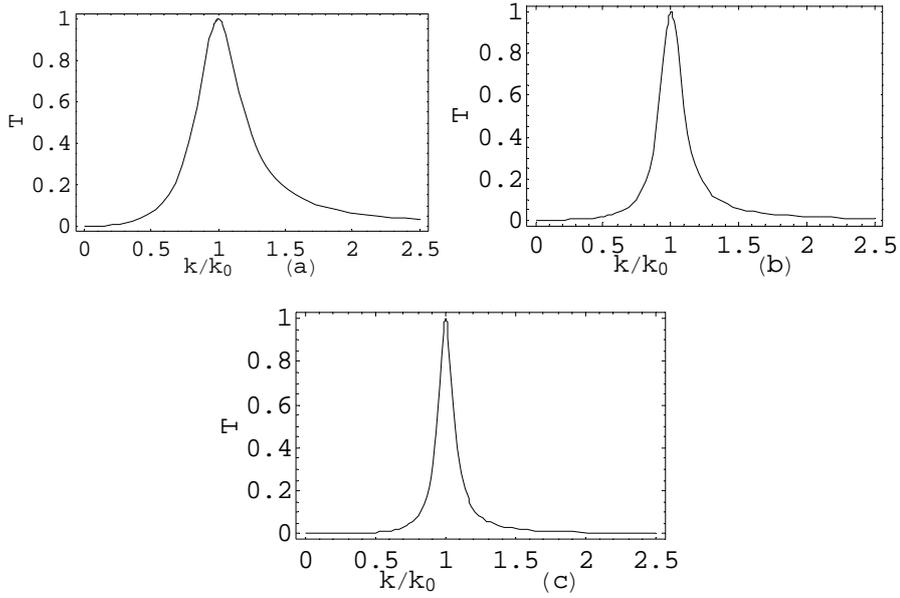


图 11: 在模型 3 中, 透射系数随探测光波矢的变化。
 (取 $k_0 = 1, (a)\beta = 5, (b)\beta = 10, (c)\beta = 15$ (任意单位))

3.5 控制光强度的空间周期分布模型

最后我们考虑控制光的强度分布具有图 12 这样的空间周期性, 把模型 1 做周期展宽, 弱控制光的宽度为 b , 强控制光的宽度为 a , 便得到此模型。

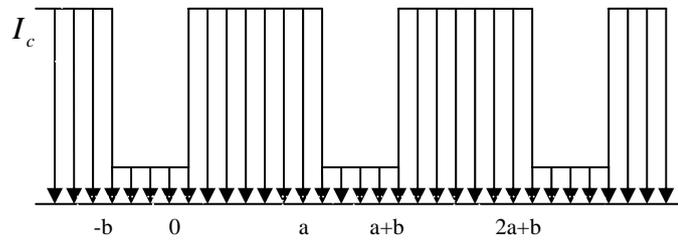


图 12: 控制光强度的周期分布

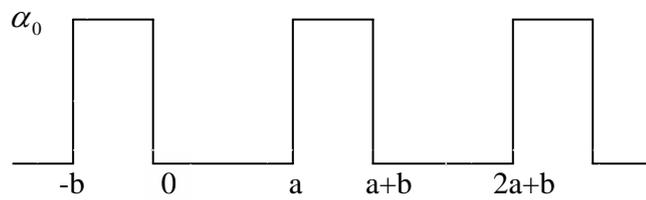


图 13: 与图 12 对应的有效方势垒的周期分布

根据群指标 α 与控制光的强度的关系 (3-3), α 具有图 13 的周期分布,

$$\alpha[z + n(a + b)] = \alpha(z) \quad (3-25)$$

这相当于周期有效方势垒, 势垒高度为 α_0 。事实上, 我们可以把由控制光周期操控

的 EIT 介质看成是光子晶体。控制光强度不同的区域，产生足够强的折射率对比度，可以预期会出现光子带隙[28]。

现在，我们从理论上分析这样的空间分布对慢光运动的影响。考虑慢光服从波方程（3-10）。在 I 区(-b<z<a)，我们得到如下的空间波函数，

$$\psi = \begin{cases} Ae^{ikz} + Be^{-ikz}, 0 < z < a \\ Ce^{i\mu z} + De^{-i\mu z}, -b < z < 0 \end{cases} \quad (3-26)$$

根据 Bloch 定理，在 II 区 (a<z<2a+b)，空间波函数为：

$$\psi(z) = e^{iK(a+b)}\psi(z-a-b) \quad (3-27)$$

其中，K 为 Bloch 波矢。常数 A、B、C 和 D 由 z=0 处 ψ 及 ψ' 的连续条件以及在 I 区和 II 区的交界处 (z=a) ψ 及 ψ' 连续来确定。经计算，我们得到：

$$\cos(ka)\cos(\mu b) - \frac{k^2 + \mu^2}{2k\mu} \sin(ka)\sin(\mu b) = \cos[K(a+b)] \quad (3-28)$$

当探测光波矢 k 满足以下条件时，

$$\left| \cos(ka)\cos(\mu b) - \frac{k^2 + \mu^2}{2k\mu} \sin(ka)\sin(\mu b) \right| - 1 > 0 \quad (3-29)$$

产生光子带隙：Bloch 波矢获得一个虚部，在介质中波的运动被禁止。对外面的观察者来说，这样的介质可以被看作一面镜子：频率在带隙范围以内的入射波会发生几乎全反射。

当较弱控制光强度 I_0 足够小，即 α_0 足够大时， μ 变为虚数，

$$\mu = ik', k' = \sqrt{\alpha_0(k_0^2 - k^2) - k^2} \quad (3-30)$$

利用

$$\cos(ik'b) = \cosh(k'b), \sin(ik'b) = i\sinh(k'b), \quad (3-31)$$

(3-28) 式化为：

$$\cos(ka)\cosh(k'b) - \frac{k^2 - k'^2}{2kk'} \sin(ka)\sinh(k'b) = \cos[K(a+b)] \quad (3-32)$$

相应地，(3-29) 式化为：

$$\left| \cos(ka)\cosh(k'b) - \frac{k^2 - k'^2}{2kk'} \sin(ka)\sinh(k'b) \right| - 1 > 0 \quad (3-33)$$

进一步，我们考虑一种极限情况：让较弱控制光强度 $I_0 \rightarrow 0$ (即 $\alpha_0 \rightarrow \infty$)，宽度

$b \rightarrow 0$ ，但保持 $b\alpha_0$ 为常数 β ，

$$b\alpha_0 = \beta \quad (3-34)$$

这样，得到有效势 α 的分布为一个 Dirac 梳。

$$\alpha(z) = \beta \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(z + na) \quad (3-35)$$

在 $b \rightarrow 0$ 条件下， $\text{Cosh}(k'b) \rightarrow 1, \text{Sinh}(k'b) \rightarrow k'b$ 。此时， $k^2 \ll k'^2$ ，

$$k' = \sqrt{\alpha_0(k_0^2 - k^2) - k^2} \approx \sqrt{\alpha_0(k_0^2 - k^2)} \quad (3-36)$$

(3-32) 式化为

$$\text{Cos}(ka) + \frac{\beta(k_0^2 - k^2)}{2k} \text{Sin}(ka) = \text{Cos}(Ka) \quad (3-37)$$

相应地，(3-33) 式化为

$$B \equiv \text{Cos}(ka) + \frac{\beta(k_0^2 - k^2)}{2k} \text{Sin}(ka) - 1 > 0 \quad (3-38)$$

这就是在 Dirac 梳有效周期势下，产生光子带隙的条件。用图解法容易求出 ka 允许值和禁戒值的近似范围。图 14 给出 $k_0a = 1, \beta/a = 1$ 的情况下的计算结果。

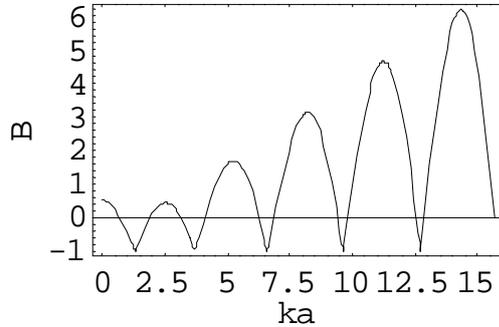


图 14

当探测光波矢 k 与控制光强度的周期 a 的乘积满足 (3-38) 式，即 ka 处于使函数值大于零的区域时，光波在介质中的运动被禁止，形成光子带隙。这个光子带隙依赖于强控制光的宽度 a 。即使探测光的频率处于 EIT 的透明窗内，探测光在介质中的运动也可能被禁止。因此，通过调节宽度 a ，我们可以局域束缚或释放探测光。

结 论

至此，我们基于在 EIT 介质中慢光和光存储理论，以及文献[12, 15]的一种 EIT 唯像理论，理论上研究了四种控制光强度分布：U 型、V 型、 δ 型分布以及周期分布对慢光运动性质的影响。对像方阱和 δ 阱的控制光强度分布，探测光的透射结论与 EIT 理论基本一致。特别地，在 U 型模型中，当探测光的频率与阱宽 z_0 满足共振透射条件时，探测光也能完全透过介质。对 V 型模型，在界面附近产生类似于黑洞事件视界附近的波奇异行为，可以用来部分模拟光学黑洞。对控制光强度有周期分布的模型，可以被看作为光子晶体，产生依赖于控制光强度周期 a 的光子带隙，从而实现对探测光局域的操控。

参考文献

- [1] Scully M. O. and Zubairy M. S. Quantum Optics. Cambridge: Cambridge University Press, 1997
- [2] Harris S. E. Electromagnetically induced transparency. Phys. Today, 1997, **50** (7): 36-42
- [3] Lukin M. D. and Imamoglu A. Controlling photons using electromagnetically induced transparency. Nature, 2001, **413**: 273-276
- [4] Boyd R. W. Nonlinear Optics. New York: Academic, 1992
- [5] Hau L. V., Harris S. E., Dutton Z. and Behroozi C.H. Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas. Nature, 1999, **397**: 594-598
- [6] Fleischhauer M. and Lukin M. D. Dark-state polaritons in electromagnetically induced transparency. Phys. Rev. Lett., 2000, **84(22)**: 5094-5097
- [7] Liu Ch., Dutton Z., Behroozi C.H. and Hau L. V. Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses. Nature, 2001, **409**: 490-493
- [8] Philips D. F., Fleischhauer A., Mair A., Walsworth R. L. and Lukin M. D. Storage of light in atomic vapor. Phys. Rev. Lett., 2001, **86(5)**: 783-786
- [9] Dutton Z., Budde M., Slowe C. and Hau L. V. Observation of quantum shock waves created with ultra-compressed slow light pulses in a Bose-Einstein condensate. Science, 2001, **293**: 663-668
- [10] Mustecaphoglu O. E. and Oktel M. O. Photonic band gap via quantum coherence in vortex lattices of Bose gases. Cond-mat/0503041
- [11] Juzeliunas G. and Ohberg P. Slow light in degenerate Fermi gases. Phys. Rev. Lett., 2004, **93(3)**: 033602
- [12] Leonhardt Ulf. A laboratory analogue of the event horizon using slow light in an atomic medium. Nature, 2002, **415**: 406-409
- [13] Zhang P., Li Y. and Sun C. P. Induced magnetic monopole from trapped Λ -type atom. Quant-ph/0404108
- [14] Harris S. E., Field J. E. and Kasapi A. Dispersive properties of electromagnetically induced transparency. Phys. Rev. A, 1992, **46(1)**: R29-R32

- [15] Leonhardt Ulf. Theory of a slow-light catastrophe. *Phys. Rev. A*, 2002, **65(4)**: 043818
- [16] Weinberg S. *The Quantum Theory of Fields*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999, Volume 1
- [17] Visser T. D. Detecting the colours of darkness. *Physics World*, 2004, February: 20
- [18] Leonhardt Ulf. A primer to slow light. Gr-qc/0108085
- [19] Lukin M. D. Colloquium: trapping and manipulating photon states in atomic ensembles. *Rev. Mod. Phys.*, 2003, **75(2)**: 457-472
- [20] Fleischhauer M. and Lukin, M. D. Quantum memory for photons: dark-state polaritons. *Phys. Rev. A*, 2002, **65(2)**: 022314
- [21] Kash M. M., Sautenkov V. A., Zibrov A. S., Hollberg L., Welch G. R., Lukin M. D., Rostovtsev Y., Fry E.S. and Scully M. O. Ultraslow group velocity and enhanced nonlinear optical effects in coherently driven hot atomic gas. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **82(26)**: 5229-5232
- [22] Budker D. et al., Nonlinear magneto-optics and reduced group velocity of light in atomic vapor with slow ground state relaxation. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **83(9)**:1767-1770
- [23] Turukhin A. V. et al., Observation of ultraslow and stored light pulses in a solid. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **88(2)**: 023602
- [24] Bigelow M. S. et al., Observation of Ultraslow light propagation in a Ruby crystal at room temperature. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **90(11)**: 113903
- [25] Bajcsy M., Zibrov A. S. and Lukin M. D. Stationary pulses of light in an atomic medium. *Nature*, 2003, **426**: 638-641
- [26] Akamatsu D. and Kozuma M. Coherent transfer of orbital angular momentum from an atomic system to a light field. *Phys. Rev. A*, 2003, **67(2)**: 023803
- [27] Brout R., Massar S., Parentani R. and Spindel Ph. A primer for black hole quantum physics. *Phys. Rep.* 1995, **260**: 329-446
- [28] Deutsch I.H. et al., Photonic band gaps in optical lattices. *Phys. Rev. A*, 1995, **52(2)**: 1394-1410

致 谢

感谢我的导师张云波教授，我的论文是在张老师的精心指导下完成的，从论文的选题，调研到完成和修改，张老师都付出了艰辛的劳动。他严谨细致、一丝不苟的作风一直是我学习中的榜样；他循循善诱的教导和不拘一格的思路给予我无尽的启迪。对于我的生活和未来，张老师也给予我很大的关心和很好的建议。我是幸运的，有像他这样的一位导师。

感谢在三年的学习中，给予我无私教导和关心的梁九卿教授，李德明教授，刘文森教授，阎维贤教授，赖云忠教授，李志坚教授，李卫东教授，聂一行教授，李禄教授，以及本科时的李秀平教授和张国锋老师，他们一直是我学习的楷模。

感谢我的师兄郝亚江和师姐程茸，尤其在张老师回来以前，愚笨的我没少劳烦他们。感谢我的师妹郭利平和师弟杨利民，你们的鼓励和安慰使我从最失落的低谷走了出来。感谢 BEC 和冷原子研究小组的老师和成员，在你们的关心和帮助下，使我度过了一年短暂而宝贵的幸福时光。愿你们以后的工作和学习都能结出磊磊硕果。

感谢我的室友们，是你们和我共同维系着彼此之间姐妹般的感情，维系着寝室那份家的融洽。就要各奔前程，大家珍重。但愿远赴西班牙的小娟平平安安，留守太原的向荣和贾清快快乐乐。感谢 416 的以前的和现在的居民，在你们的关心和帮助下，使我终于顺利地从这里完成学业。

在论文即将完成之际，我的心情无法平静，从开始进入课题到论文的顺利完成，有多少可敬的师长、同学、朋友给了我无言的帮助，在这里请接受我诚挚的谢意！

感谢我的养我的黄土高原，感谢我忘不掉的甘甜的汾河水，感谢太原那清新的带有煤渣的空气。感谢人类当今的技术，不然我就没有毕业课题了。

最后，感谢我的爸爸妈妈，焉得谖草，言树之背，养育之恩，无以回报，你们永远健康快乐是我最大的心愿。感谢大妹雅娟，弟弟秦宝和小妹红娟，他们的牵挂，支持和鼓励永远是我学习和生活的动力。